Die Trägerdichte von eigenleitendem Silicium

Th. Wasserrab
TH Aachen *

(Z. Naturforsch. **31 a**, 505–506 [1976]; eingegangen am 25. März 1976)

Carrier Concentration of Intrinsic Silicon

Since the measurements of Morin and Maita in 1954 it is customary to consider $n_i = 1.5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}$ at $T = 300$ K as a standard value of the carrier concentration for intrinsic silicon. Recent measurements and theoretical examinations show a value of $n_i \approx 1.0 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}$ to be more realistic and of higher precision.

Morin und Maita [1] haben 1954 die Eigenleitfähigheit von Si gemessen und daraus für die Inversionsdichte n_i im Temperaturbereich $700\,\mathrm{K} > T > 450\,\mathrm{K}$ den empirischen Ausdruck

$$n_i = 3.88 \cdot 10^{16}\, T^{3/2} \exp\{-1{,}21/2\,k\,T\}\ \mathrm{cm}^{-3} \quad (1)$$

[T in K, k (in eV/K) $= 8{,}616 \cdot 10^{-5}$] abgeleitet. Für die Temperaturabhängigkeit des Bandabstandes E_g erhielten sie (in eV):

$$E_g(T) = E_{g0} - \beta\,T = 1{,}21 - 3{,}6 \cdot 10^{-4}\,T\,. \quad (2)$$

Die theoretische Ermittlung von n_i führte auf die Formel [2]:

$$n_i = 4{,}84 \cdot 10^{15}\, T^{3/2} \exp\{-E_{g0}/2\,k\,T\} \quad (3)$$

und damit auf Zahlenwerte, die um den Faktor 8 kleiner als nach (1) waren.

Conwell [3] hat 1958 die vorstehende Gl. (1) in ihre bekannte zusammenfassende Darstellung aufgenommen – allerdings mit Hinweisen auf gewisse Unsicherheiten der Beweglichkeitsdaten sowie der Qualität des verwendeten Si. Für die Trägerdichte bei $T = 300$ K ergab die Extrapolation von (1)

$$n_i(300) = 1{,}5 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}\,, \quad (4)$$

einen Zahlenwert, der seither in der Fachliteratur unverändert weitergeführt wird und als Standardwert gilt.

Weitere Leitfähigkeitsmessungen an reinem Si wurden von Putley und Mitchell [4] durchgeführt. Sie haben die Ergebnisse ihrer sehr sorgfältigen Messungen in der Gleichung

$$n_i(T) = 3{,}10 \cdot 10^{16}\, T^{3/2} \exp\{-1{,}206/2\,k\,T\} \quad (5)$$

zusammengefaßt, die für $T = 300$ K

$$n_i(300) = 1{,}17 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3} \quad (6)$$

liefert.

Nach völlig anderen Verfahren wurde n_i von Herlet [5] aus der Kennlinie von legierten psn-Dioden und von Benda [6] aus Messungen an Transistoren bis zu 250 K herab bestimmt. Beide Autoren stellten in einem graphischen Vergleich eine gute Übereinstimmung mit der extrapolierten Morin-Maita-Kennlinie fest. Die Temperatur konnte Benda auf 0,1 K genau ablesen und während der Messung auf $\pm 0{,}1$ K konstant halten. Die graphische Interpolation der von Benda zahlenmäßig in Abständen von 20 K angegebenen n_i-Werte ($T = 273\,\mathrm{K}: n_i = 1{,}24 \cdot 10^9\ \mathrm{cm}^{-3}$; $T = 293\,\mathrm{K}: n_i = 6{,}56 \cdot 10^9\ \mathrm{cm}^{-3}$; $T = 313\,\mathrm{K}: n_i = 3{,}20 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}$) liefert

$$n_i(300) = 1{,}25 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}\,. \quad (7)$$

Neben diesen meßtechnischen Untersuchungen wurden auch theoretische Arbeiten zur genaueren Bestimmung von n_i durchgeführt. Definitionsgemäß gilt mit den äquivalenten Zustandsdichten N_c und N_v

$$n_i = (N_c\,N_v)^{1/2} \exp\{-E_g/2\,k\,T\}\,, \quad (8)$$

und unter Beachtung von (2)

$$n_i = (N_c\,N_v)^{1/2} \exp\{\beta/2\,k\} \cdot \exp\{-E_{g0}/2\,k\,T\}\,. \quad (9)$$

Die bisher wohl sorgfältigsten Messungen des Bandabstandes stammen von MacFarlane et al. [7] und können für $T \geqq 300$ K durch

$$E_g(T) = E_{g0} - \beta\,T = 1{,}205 - 2{,}8 \cdot 10^{-4}\,T \quad (10)$$

beschrieben werden. Sie weichen damit erheblich von (2) ab. In die Bestimmungsgleichungen der äquivalenten Zustandsdichten N_c, N_v gehen die effektiven Massen m_n, m_p ein, für die in früheren Arbeiten (Conwell [3]) die Zahlenwerte bei $T = 4{,}2$ K eingesetzt worden waren: $m_n = 1{,}06$ m und $m_p = 0{,}59$ m. Barber [8] hat ihre Temperaturabhängigkeit ermittelt und bei $T = 300$ K $m_n = 1{,}18$ m und $m_p = 0{,}81$ m gefunden. Damit erhält man für das Produkt der Zustandsdichten

$$N_c\,N_v = 5{,}88 \cdot 10^{38}\,(T/300)^3 \quad (11)$$

und nach (9) für die Inversionsdichte

$$n_i = 1{,}233 \cdot 10^{20}\,(T/300)^{3/2} \exp\{-6993/T\}\,. \quad (12)$$

Daraus folgt

$$n_i(300) = 0{,}933 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3} \quad (13)$$

und damit eine bemerkenswerte Annäherung an die Meßwerte (6) und (7). Daß beide Meßwerte über dem berechneten Wert (13) liegen, könnte damit zusammenhängen, daß bei Stromdurchgang innerhalb des Si eine unvermeidliche Temperaturerhöhung entsteht. Die Ableitung von (1) nach der Temperatur zeigt nämlich deutlich eine starke Zunahme der

* Prof. em. Dr. Th. Wasserrab, Inst. f. Stromrichtertechnik und Elektrische Antriebe der RWTH Aachen, Jägerstraße 17b, *D-5100 Aachen*.

relativen Änderungen der Trägerdichte $\Delta n_i/n_i$ mit sinkender Temperatur (bei $\Delta T = 1$ K beträgt $\Delta n_i/n_i \approx 3\%$ bei $T = 500$ K und $\Delta n_i/n_i \approx 8\%$ bei $T = 300$ K). Die verbleibende Differenz zwischen Messung und Rechnung dürfte auf die begrenzte Genauigkeit der E_g-Messungen zurückzuführen sein. In zeitlicher Reihenfolge wurden folgende Zahlenwerte bei $T = 300$ K gemessen: MacFarlane et al.[7] (1958): $E_g = 1{,}122$ eV, Haynes et al.[9] (1959): $E_g = 1{,}117$ eV, Frova und Handler[10] (1965): $E_g = 1{,}122$ eV, Wendland und Chester[11] (1965) $E_g = 1{,}126$ eV. Dabei war nach Mitteilung dieser Autoren eine Exzitonenenergie von 0,01 eV berücksichtigt worden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die extrapolierten Meßwerte von Morin und Maita bei Raumtemperatur merklich zu große n_i-Werte liefern und daher durch die Daten von Putley und Mitchell bzw. Benda ersetzt werden müssen. Für den praktischen Gebrauch scheint es naheliegend, einen Mittelwert aus (7) und (13) zu bilden und vorerst den gerundeten Betrag

$$n_i(300\,\mathrm{K}) = 1{,}04 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3} \approx 1{,}0 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3} \quad (14)$$

an Stelle des bisherigen Zahlenwertes (3) zu verwenden. Obwohl man damit dem tatsächlichen n_i-Wert einen erheblichen Schritt näher gekommen sein dürfte, läßt die noch verbleibende, restliche Unsicherheit weitere Präzisionsmessungen im Hinblick auf die Bedeutung der Silicium-Technologie als sehr wünschenswert erscheinen.

[1] F. J. Morin and J. P. Maita, Phys. Rev. **96**, 28 [1954].
[2] F. J. Morin and J. P. Maita, Phys. Rev. **94**, 1525 [1954].
[3] E. M. Conwell, Proc. IRE **46**, 1281 [1958].
[4] E. H. Putley and W. H. Mitchell, Proc. Phys. Soc. London A 72 Pt. **2**, 193 [1958].
[5] A. Herlet, Z. angew. Phys. **9**, 155 [1957].
[6] H. Benda, Diss. TH Aachen 1964.
[7] G. G. MacFarlane, T. P. McLean, J. E. Quarrington, and V. Roberts, Phys. Rev. **111**, 1245 [1958].
[8] H. D. Barber, Solid-State El. **10**, 1039 [1967].
[9] J. R. Haynes, M. Lax, and W. F. Flood, J. Phys. Chem. Solids **8**, 392 [1959].
[10] A. Frova and P. Handler, Phys. Rev. Lett. **14**, 178 [1965].
[11] P. H. Wendland and M. Chester, Phys. Rev. **140**, A 1384 [1965].